

## 2005 年 GCT 工程硕士数学模拟试题

1. 在小于 100 的合数中, 每个合数可以写成  $k$  个质数的乘积, 则  $k$  的最大值是 ( )  
A. 3      B. 4      C. 5      D. 6
2. 快、慢两列车的长度分别为 160 米和 120 米, 它们相向行驶在平行轨道上。若坐在快车上的人见整列慢车驶过的时间是 3 秒, 那么坐在慢车上的人见整列快车驶过的时间是 ( )  
A. 2 秒      B. 3 秒      C. 4 秒      D. 5 秒
3. 如果甲、乙两座水库的存水量之比为 6 : 3, 要使两座水库的水量相等, 甲水库向乙水库的输水量占其存水量的 ( )  
A. 16.6%      B. 25%      C. 33%      D. 50%
4. 一件工程, 甲独做 30 天可以完成, 乙独做 20 天可以完成, 甲先做了若干天后, 由乙接着做, 如果这样甲、乙二人合起来共做了 22 天, 那么甲、乙两人各做了 ( )。  
A. 4, 18      B. 6, 16      C. 10, 12      D. 11, 11
5. 若方程组  $\begin{cases} x + y = a, \\ y + z = 4, \\ z + x = 2 \end{cases}$  的解  $x, y, z$  成等差数列, 则  $a =$  ( )  
A. 0      B. 2      C. 4      D. 8
6. 满足条件  $|z - i| = |3 + 4i|$  的复数  $z$  在复平面上对应点的轨迹是 ( )  
A. 一条直线      B. 两条直线      C. 圆      D. 椭圆
7. 已知不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集是  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ , 则  $a - b$  等于 [ ]  
(A) -4.      (B) 14.      (C) -10.      (D) 10.
8. 对于  $0 < a < 1$ , 给出下列四个不等式  
(1)  $a^{1+a} < a^{1+\frac{1}{a}}$       (2)  $a^{1+a} > a^{1+\frac{1}{a}}$   
(3)  $\log_a(1+a) < \log_a(1+\frac{1}{a})$       (4)  $\log_a(1+a) > \log_a(1+\frac{1}{a})$   
其中成立的是 ( )  
A. (1) 与 (3)      B. (1) 与 (4)      C. (2) 与 (3)      D. (2) 与 (4)
9. 从长度分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6 的六条线段中, 任取三条为边可组成钝角三角形的个数是 ( )  
A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

10. 在一次口试中, 要从 5 道题中随机抽出 3 道题进行回答, 答对了其中 2 道题就获得及格。某考生只会回答 5 道题中的 3 道, 则该考生获得及格的概率为 ( )

(A) 0.1      (B) 0.4      (C) 0.6      (D) 0.7

11. 半径为  $R$  的圆的内接正三角形面积是 ( )。

- A.  $\frac{1}{4}R^2$       B.  $\frac{3}{4}R^2$   
 C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$       D.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$

12. 若双曲线  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的一条准线与抛物线  $y^2 = 8x$  的准线重合, 则双曲线的离心率为 ( )。

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2}$       C. 4      D.  $4\sqrt{2}$

13. 以点  $(2, -1)$  为圆心, 与直线  $3x - 4y - 35 = 0$  相切的圆的方程是 ( )。

- A.  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$       B.  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$   
 C.  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$       D.  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

14. 若经过点  $(1, 0)$  的直线与圆  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$  相切, 则此直线在  $y$  轴上的截距是 ( )。

- A. 1      B. -1      C.  $\sqrt{2}$       D.  $-\sqrt{2}$

15. 平面中的四个点  $P_1, P_2, P_3, P_4$  在某个球面上,  $P_1P_2 = P_2P_3 = P_3P_4 = P_4P_1 = 3$ , 球心到该平面的距离是其半径的一半, 则球的体积是 ( )。

- A.  $24\sqrt{2}\pi$       B.  $72\sqrt{2}\pi$       C.  $8\sqrt{6}\pi$       D.  $64\sqrt{6}\pi$

16. 若  $AB - A - B = E$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 则  $|B| =$  ( )

- (A) 6      (B) 9      (C) -9      (D) 18

17. 设  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ,  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ ,  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T$  ( $n > 1$ ), 给

出下列四个等式

$$(1) x^T y z = y^T x z \quad (2) x^T y z = z y^T x$$

$$(3) x y^T z = y^T x z \quad (4) x y^T z = x z^T y$$

其中正确的等式的个数为 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

18. 已知  $A$  为  $n$  阶方阵,  $E$  为  $n$  阶单位阵, 且  $(A-E)^2 = 3(A+E)^2$ , 给出四个结论

- (1)  $A+E$  可逆;                      (2)  $A+2E$  可逆;  
(3)  $A+3E$  可逆;                      (4)  $A+4E$  可逆,

以上结论中正确的有 ( )

- (A) 1个      (B) 2个      (C) 3个      (D) 4个

19. 齐次线性方程组  $AX=0$  为  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + tx_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + tx_3 = 0, \end{cases}$  若存在 3 阶非零矩阵  $B$ , 使得  $AB=O$ ,

则 ( )

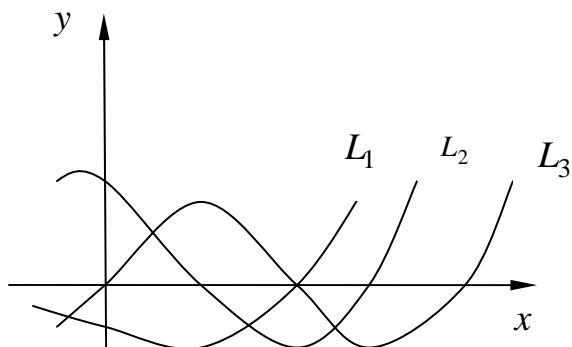
- (A)  $t=-2$ , 且  $|B|=0$                       (B)  $t=-2$ , 且  $|B| \neq 0$   
(C)  $t=1$ , 且  $|B| \neq 0$                       (D)  $t=1$ , 且  $|B|=0$

20. 设  $f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$  则下列结论中错误的是 ( )

- A. 当  $a \leq 0$  时,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  不存在  
B. 当  $0 < a \leq 1$  时,  $f(x)$  在  $x=0$  处连续但不可导  
C. 当  $1 < a < 2$  时,  $f(x)$  在  $x=0$  处可导但导函数不连续  
D. 当  $a=2$  时,  $f(x)$  在  $x=0$  处导函数连续

21. 设函数  $f(x)$  具有二阶连续导数, 则图中的三条曲线  $L_1, L_2, L_3$  分别为曲线 ( )

- A.  $y=f(x), y=f'(x), y=f''(x)$       B.  $y=f(x), y=f''(x), y=f'(x)$   
C.  $y=f''(x), y=f(x), y=f'(x)$       D.  $y=f''(x), y=f'(x), y=f(x)$



22. 方程  $x = \ln x + 1$  的不同实根的个数是 ( )。

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

23. 若曲线  $y = k - x^2$  与  $y = \frac{2}{x}$  在  $x > 0$  的某点处相切, 则  $k =$  ( )。

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

24. 设  $f(x) = \int_0^{x^2} \sin t^2 dt$ , 当  $x \rightarrow 0$  时, 与  $f(x)$  等价的无穷小量是 ( )。

- A.  $\frac{1}{2}x^2$                       B.  $x^4$                       C.  $2x^5$                       D.  $\frac{1}{3}x^6$

25. 曲线  $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$  与直线  $x = -2, x = 2$  及  $x$  轴所围成的平面图形的面积为 ( )。

- A.  $2(1 - \frac{1}{e^2})$                       B.  $2(\frac{1}{e^2} - 1)$                       C.  $2(1 - \frac{1}{e})$                       D. 0