

2005 年 GCT 工程硕士数学模拟试题答案

1. 在小于 100 的合数中, 每个合数可以写成 k 个质数的乘积, 则 k 的最大值是 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

答案: D

2. 快、慢两列车的长度分别为 160 米和 120 米, 它们相向行驶在平行轨道上。若坐在快车上的人见整列慢车驶过的时间是 3 秒, 那么坐在慢车上的人见整列快车驶过的时间是 ()
A. 2 秒 B. 3 秒 C. 4 秒 D. 5 秒

答案: C

3. 如果甲、乙两座水库的存水量之比为 6 : 3, 要使两座水库的水量相等, 甲水库向乙水库的输水量占其存水量的 ()

A. 16.6% B. 25% C. 33% D. 50%

答案: B

4. 一件工程, 甲独做 30 天可以完成, 乙独做 20 天可以完成, 甲先做了若干天后, 由乙接着做, 如果这样甲、乙二人合起来共做了 22 天, 那么甲、乙两人各做了 ()。

A. 4, 18 B. 6, 16 C. 10, 12 D. 11, 11

答案: B

5. 若方程组 $\begin{cases} x + y = a, \\ y + z = 4, \\ z + x = 2 \end{cases}$ 的解 x, y, z 成等差数列, 则 $a =$ ()。

A. 0 B. 2 C. 4 D. 8

答案: A

6. 满足条件 $|z - i| = |3 + 4i|$ 的复数 z 在复平面上对应点的轨迹是 ()。

A. 一条直线 B. 两条直线 C. 圆 D. 椭圆

答案: C

7. 已知不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$, 则 $a - b$ 等于 []

(A) -4. (B) 14. (C) -10. (D) 10.

答案: C

8. 对于 $0 < a < 1$, 给出下列四个不等式

$$(1) a^{1+a} < a^{1+\frac{1}{a}}$$

$$(2) a^{1+a} > a^{1+\frac{1}{a}}$$

$$(3) \log_a(1+a) < \log_a(1+\frac{1}{a})$$

$$(4) \log_a(1+a) > \log_a(1+\frac{1}{a})$$

其中成立的是 ()。

- A. (1) 与 (3) B. (1) 与 (4) C. (2) 与 (3) D. (2) 与 (4)

答案：D

9. 从长度分别为1,2,3,4,5,6的六条线段中,任取三条为边可组成钝角三角形的个数是()。

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

答案：B

10. 在一次口试中,要从5道题中随机抽出3道题进行回答,答对了其中2道题就获得及格。某考生只会回答5道题中的3道,则该考生获得及格的概率为()

- (A) 0.1 (B) 0.4 (C) 0.6 (D) 0.7

答案：D

11. 半径为 R 的圆的内接正三角形面积是 ()。

- A. $\frac{1}{4}R^2$ B. $\frac{3}{4}R^2$
C. $\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$

答案：D

12. 若双曲线 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条准线与抛物线 $y^2 = 8x$ 的准线重合,则双曲线的离心率为 ()。

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

答案：A

13. 以点 $(2, -1)$ 为圆心,与直线 $3x - 4y - 35 = 0$ 相切的圆的方程是 ()。

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

答案：A

14. 若经过点 $(1, 0)$ 的直线与圆 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ 相切,则此直线在 y 轴上的截距是 ()。

- A. 1 B. -1 C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$

答案：A

15. 平面中的四个点 P_1, P_2, P_3, P_4 在某个球面上, $P_1P_2 = P_2P_3 = P_3P_4 = P_4P_1 = 3$, 球心到该平面的距离是其半径的一半, 则球的体积是 ()。

- A. $24\sqrt{2}\pi$ B. $72\sqrt{2}\pi$ C. $8\sqrt{6}\pi$ D. $64\sqrt{6}\pi$

答案: C

16. 若 $AB - A - B = E, A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $|B| =$ ()

- (A) 6 (B) 9 (C) -9 (D) 18

答案: B

17. 设 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T, \mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T (n > 1)$, 给出下列四个等式

(1) $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \mathbf{z} = \mathbf{y}^T \mathbf{x} \mathbf{z}$ (2) $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \mathbf{z} = \mathbf{z} \mathbf{y}^T \mathbf{x}$

(3) $\mathbf{x} \mathbf{y}^T \mathbf{z} = \mathbf{y}^T \mathbf{x} \mathbf{z}$ (4) $\mathbf{x} \mathbf{y}^T \mathbf{z} = \mathbf{x} \mathbf{z}^T \mathbf{y}$

其中正确的等式的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答案: C

18. 已知 A 为 n 阶方阵, E 为 n 阶单位阵, 且 $(A - E)^2 = 3(A + E)^2$, 给出四个结论

- (1) $A + E$ 可逆; (2) $A + 2E$ 可逆;
(3) $A + 3E$ 可逆; (4) $A + 4E$ 可逆,

以上结论中正确的有 ()

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

答案: D

19. 齐次线性方程组 $AX = 0$ 为 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + tx_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + tx_3 = 0, \end{cases}$ 若存在 3 阶非零矩阵 B , 使得 $AB = O$,

则 ()。

(A) $t = -2$, 且 $|B| = 0$ (B) $t = -2$, 且 $|B| \neq 0$

(C) $t = 1$, 且 $|B| \neq 0$ (D) $t = 1$, 且 $|B| = 0$

答案: D

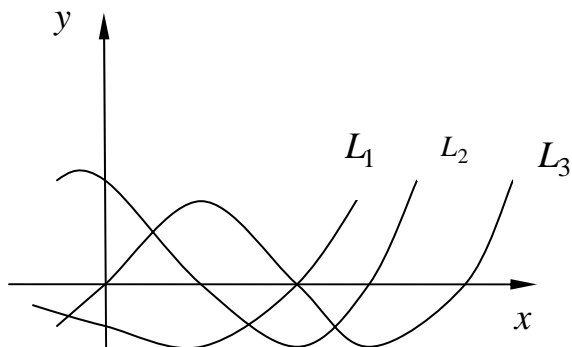
20. 设 $f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则下列结论中错误的是 ()。

- A. 当 $a \leq 0$ 时, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 不存在
 B. 当 $0 < a \leq 1$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续但不可导
 C. 当 $1 < a < 2$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导但导函数不连续
 D. 当 $a = 2$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处导函数连续

答案：D

21. 设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数, 则图中的三条曲线 L_1, L_2, L_3 分别为曲线 ()。

- A. $y = f(x), y = f'(x), y = f''(x)$ B. $y = f(x), y = f''(x), y = f'(x)$
 C. $y = f''(x), y = f(x), y = f'(x)$ D. $y = f''(x), y = f'(x), y = f(x)$



答案：D

22. 方程 $x = \ln x + 1$ 的不同实根的个数是 ()。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

答案：B

23. 若曲线 $y = k - x^2$ 与 $y = \frac{2}{x}$ 在 $x > 0$ 的某点处相切, 则 $k =$ ()。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答案：C

24. 设 $f(x) = \int_0^{x^2} \sin t^2 dt$, 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 $f(x)$ 等价的无穷小量是 ()。

A. $\frac{1}{2}x^2$ B. x^4 C. $2x^5$ D. $\frac{1}{3}x^6$

答案：D

25. 曲线 $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ 与直线 $x = -2, x = 2$ 及 x 轴所围成的平面图形的面积为 ()。

A. $2(1 - \frac{1}{e^2})$ B. $2(\frac{1}{e^2} - 1)$ C. $2(1 - \frac{1}{e})$ D. 0

答案：A